Rozdělení sedlovitého tvaru, jejich vlastnosti a využití při stanovování nejistot měření typu B

Ing. Vratislav Horálek, DrSc.

1 Definice základních termínů z oblasti nejistot měření

Připomeňme si definice čtyř základních termínů z oblasti nejistot měření, abychom si uvědomili, že všechny mají pravděpodobnostní charakter (podtržené termíny jsou odborné termíny z oblasti aplikované statistiky nebo teorie pravděpodobnosti), a to:

- ***Nejistota***:
  parametr spojený s výsledkem měření nebo výsledkem zkoušky, jenž charakterizuje rozptýlení, které může být racionálně přisouzeno určité měřené veličině nebo určitému zkoušenému znaku
  (ČSN ISO 3534-2:2010,čl.3.4.5);

  parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptýlení hodnot, které by mohly být oprávněně přisuzovány k měřené veličině
  (ČSN 01 0115),(GUM)

  POZNÁMKA 1 (GUM) – Parametrem může být např. směrodatná odchylka (nebo její daný násobek) nebo polovina šíře intervalu majícího stanovenou konfidenční úroveň.

  POZNÁMKA 2 (GUM) – Obecně nejistota měření zahrnuje mnoho složek. Některé z těchto složek mohou být určeny ze statistického rozdělení výsledků řady měření a mohou být charakterizovány experimentálními směrodatnými odchylkami. Jiné složky, které mohou být také charakterizovány směrodatnými odchylkami, se určují z předpokládaných rozdělení pravděpodobností založených na zkušenostech nebo na jiných informacích.

  POZNÁMKA 3 (GUM) – Mlčky se předpokládá, že výsledek měření je nejlepším odhadem hodnoty měřené veličiny a že všechny složky nejistoty – včetně těch, které vznikají systematickými vlivy, jako jsou složky spojené s korekcemi a referenčními standardy – přispívají k rozptýlení.

- ***Standardní nejistota $u(x)$***: *nejistota výsledku měření vyjádřená směrodatnou odchylkou* (GUM).

- ***Kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$***: *standardní nejistota výsledku měření, když tento výsledek je získán z hodnot určitého počtu jiných veličin; je rovna kladně vzaté odmocnině součtu výrazu jako rozptyly nebo kovariance těchto jiných veličin vážené podle toho, jak výsledek měření kolísá s těmito veličinami* (GUM).

- ***Rozšířená nejistota U:*** *veličina určující interval kolem výsledku měření, ve kterém lze očekávat <u>velký podíl rozdělení hodnot</u>, které by mohly být logicky přisuzovány naměřené hodnotě* (GUM).

  POZNÁMKA 1 (GUM) – Podíl se může chápat jako <u>pravděpodobnost pokrytí</u> nebo <u>konfidenční úroveň příslušná intervalu</u>.

  POZNÁMKA 2 (GUM) – Připojit určitou konfidenční úroveň k intervalu definovanému rozšířenou nejistotou vyžaduje explicitní nebo implicitní předpoklady o rozdělení pravděpodobnosti charakterizovaném výsledkem měření a jeho kombinovanou standardní nejistotu. <u>Konfidenční úroveň, která může být k tomuto intervalu přiřazena, může být aplikována pouze do rozsahu, který může být takovými předpoklady ospravedlněn.</u>

  POZNÁMKA 3 (GUM) – Rozšířená nejistota *U* se vypočte z kombinované standardní nejistoty u_c a koeficientu pokrytí *k*:

$$U = k\, u_c.$$

Znalost základů aplikované statistiky a teorie pravděpodobnosti je tedy nutná nejen pro správný výpočet nejistoty měření, ale i pro správnou interpretaci získaného výsledku, neboť ta je vždy vázána na určitou konfidenční úroveň.

2 Stručný teoretický základ nejistot měření

2,1 Nejistoty měření typu A a typu B

- Ze základů matematické statistiky víme, že výběrový průměr $\bar{y}$ je náhodnou veličinou s rozdělením pravděpodobností, které se při rostoucím počtu *n* opakovaných měření blíží k normálnímu rozdělení, jehož rozptyl je roven

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = \sigma_Y^2 / n .$$

  Kladná druhá odmocnina tohoto výrazu je směrodatnou odchylkou výběrového průměru a představuje teoretickou hodnotu **standardní nejistoty** $u_i\,(y)$ **typu A**, jejíž stanovení je založeno na statistické analýze výsledků opakovaných měření.

  Naproti tomu pro stanovení **nejistoty typu B** se využívá všech dostupných odborných informací o chování a variabilitě sledované veličiny jako jsou:

    - údaje z dříve provedených měření (většinou u výrobce měřicího zařízení),
    - zkušenosti s chováním a vlastnostmi příslušných materiálů,
    - doplňkoví údaje od výrobce zařízení,
    - údaje uváděné v kalibračních listech nebo jiných certifikátech,
    - nejistoty referenčních údajů převzaté z příruček.

V praxi se setkáváme se dvěma základními situacemi:

a) pro sledovanou veličinu Z je známa pouze jedna hodnota (např. jediná naměřená hodnota, výsledná hodnota z předcházejících měření, referenční hodnota) → pak se standardní nejistota $u(z)$ převezme z tohoto zdroje;

b) pro sledovanou veličinu Z je z teorie nebo ze zpracování většího souboru měření známo určité rozdělení pravděpodobností → pak se standardní nejistota u(z) ztotožní se směrodatnou odchylkou tohoto rozdělení. Nejčastěji uvažovaná rozdělení pravděpodobností pro stanovení nejistoty typu B jsou:
   - rovnoměrné (rektangulárním, obdélníkové),
   - symetrické trojúhelníkové (Simpsonovo),
   - symetrické trojúhelníkové bimodální,
   - symetrické lichoběžníkové a
   - *U*-rozdělení z rodiny tzv. „sedlovitých rozdělení“ a někdy i
   - normální.

   Analytické tvary těchto rozdělení a jejich vlastnosti včetně grafických tvarů jsou uvedeny v dalším textu (viz tabulka 1 a obrázky 1a a 1b)..

2.2 Kombinovaná standardní nejistota

- Pokud výsledek měření byl získán z řady dalších veličin, pracujeme s ***kombinovanou standardní nejistotou*** $u_c(y)$, která je rovna kladné druhé odmocnině kombinovaného rozptylu $u_c^2(y)$ získaného ze všech rozptylů vstupních veličin a případně ze všech kovariancí.

  Jsou-li **vstupní veličiny nezávislé**, kovariance nejsou přítomny a rozptyl má tvar

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i),$$

  kde veličina Y je vyjádřena vztahem $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N)$ a každá standardní nejistota $u(x_i)$ je standardní nejistota určená postupem běžným pro nejistotu typu A nebo pro nejistotu typu B.

  Jsou-li **vstupní veličiny korelovány,** má kombinovaný rozptyl $u_c^2(y)$ spojený s výsledkem měření tvar

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i^{(k)}} \frac{\partial f}{\partial x_j^{(k)}} u(x_i^{(k)}) u(x_j^{(k)}) r(x_i^{(k)}, x_j^{(k)}) ,$$

  kde $r(x_i^{(k)}, x_j^{(k)})$ je odhad korelačního koeficientu, zkráceně psaného $r_{xi,xj}$, který vyjadřuje míru stochastické závislosti mezi vstupními veličinami.

2.3 Rozšířená nejistota měření

- Je známo, že např. kalibrační laboratoře musí uvádět **rozšířenou nejistotu měření** *U,* která se získá z kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$ vynásobením **koeficientem pokrytí** *k*

$$U = k\, u_c\, (y),$$

kde koeficient pokrytí *k* závisí na zvolené hladině pravděpodobnosti pokrytí *p*, která odpovídá konfidenční úrovni 1 - α.

Ke každé stanovené nejistotě má být vždy připojena konfidenční úroveň, která se volí obvykle 95 % nebo 99 %, čemuž odpovídající koeficienty pokrytí *k* **jsou rovny 2 , resp. 3.** Jedná se o hodnoty zaokrouhlené a nerespektující skutečnost, zda příslušná hodnota nejistoty byla získána jako nejistota typu A nebo typu B. **Koeficienty pokrytí** *k* **jsou vlastně <u>kvantily normovaného normálního rozdělení</u> odpovídající zvolené pravděpodobnosti pokrytí neznámé pravé hodnoty vypočteným symetrickým dvoustranným konfidenčním intervalem**.

Nutno připomenout, že takto stanovený konfidenční interval vychází z předpokladu **známého rozptylu. V praxi** je většinou situace taková, že **tento rozptyl neznáme** a odhadujeme ho a tedy – v souladu s teorií pravděpodobnosti – při výpočtu příslušného konfidenčního intervalu bychom byli povinni **místo s kvantilem normovaného normálního rozdělení pracovat s odpovídajícím <u>kvantilem *t*-rozdělení</u>**. Je tedy v praxi do výpočtu nejistoty vnášena další aproximace, kterou praxe obvykle již ani nezmiňuje.

3 Využití odhadů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti při odhadování nejistot měření

3.1 Informace o předběžných normách ČSN ISO

V létech 2005 a 2006 vyšly dvě předběžné normy ISO, které byly převzaty jako předběžné ČSN normy a které se zabývají možnostmi využití znalostí číselných hodnot měr opakovatelnosti a reprodukovatelnosti při odhadování nejistot měření. Jsou to tyto dvě předběžné normy ČSN P ISO/TS:

- **ČSN P ISO/TS 21748:2005** *Návod pro použití odhadů opakovatelnosti, reprodukovatelnosti a správnosti při odhadování nejistoty měření* **a**
- **ČSN P ISO/TS 21749:2006** *Nejistoty měření v metrologických aplikacích – Opakování měření a hierarchické experimenty*.

Prvá z těchto předběžných norem byla v pětileté zkušební době upravena a doplněna o připomínky členských států ISO a přílohy s dalšími konkrétními aplikacemi, v roce 2010 schválena v ISO/TC69 jako ISO 21748:2010 a **v září 2011 bude projednána její česká verze:**

- **ČSN ISO 21748:2012** *Návod pro použití odhadů opakovatelnosti, reprodukovatelnosti a pravdivosti při odhadování nejistoty měření,*

poněvadž její vydání tiskem lze očekávat v roce 2012; pochopitelně v ní budou již uplatněny dvě nové terminologické normy ČSN ISO 3534.1:2010 a ČSN ISO 3534-2:2010.

Druhá z uvedených předběžných norem ČSN P ISO/TS 21748:2006 zatím na svůj další osud čeká.

3.2 Rozdíl mezi nejistotou měření a mírami variability jako je opakovatelnost nebo reprodukovatelnost

- Nejistota měření se vztahuje k jednotlivým výsledkům.
- Naproti tomu míry opakovatelnost a reprodukovatelnost se týkají způsobu realizace procesu měření nebo zkoušení a tento proces charakterizují a kvantifikují. Při studiích podle všech šesti částí ČSN ISO 5725, část 1 až 6, je v procesu měření nebo zkoušení uvažována jedna konkrétní normalizovaná metoda měření použitá všemi laboratořemi, které se mezilaboratorní studie zúčastňují. O této metodě se předpokládá, že je uplatňována formou jediného podrobně písemně popsaného postupu platného pro všechny laboratoře zúčastněné na společném experimentu. Proto každá hodnota nejistoty měření musí být vždy svázána s konkrétní normalizovanou zkušební metodou.

4 Základní vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti nejčastěji používaných pro stanovení nejistot typu B

4.1 Tvary uvažovaných hustot pravděpodobností a jejich parametry

V kapitole 2.1, odst. b) je specifikováno 6 rozdělení pravděpodobností – dále označovaných D_i – nejčastěji používaných při výpočtu nejistot typu B. Základní vlastnosti prvních 5 rozdělení D_i jsou shrnuty v tabulce 1, normální rozdělení se považuje ze obecně známé. Průběhy rozdělení D_i jsou znázorněny na obrázcích 1a a 1b.

Tabulka 1 – Základní vlastnosti jednotlivých rozdělení pravděpodobností D_i používaných pro stanovování nejistoty typu B

Rozdělení pravděpodobností D_i	Hustota pravděpodobností	Střední hodnota	Rozptyl	χ	Výraz pro k_p
Rovnoměrné (rektangulární)	$f(z) = 1/(2a)$ pro $\mu - a < z \le \mu + a$, $= 0$ jinak	μ	$a^2/3$	$\sqrt{3}$	$k_p = \sqrt{3}\,p$
Symetrické trojúhelníkové (Simpsonovo)	$f(z) = (1/a^2)(z - \mu + a)$ pro $\mu - a < z \le \mu$, $= (1/a^2)(\mu + a - z)$ pro $\mu < z \le \mu + a$, $= 0$ jinak	μ	$a^2/6$	$\sqrt{6}$	$k_p = \sqrt{6}\,(1 - \sqrt{1-p})$
Symetrické trojúhelníkové bimodální	$f(z) = 0$ pro $z \le \mu - a$, $= (1/a^2)(z - \mu)$ pro $\mu - a < z \le \mu$, $= (1/a^2)(\mu - z)$ pro $\mu < z \le \mu + a$, $= 0$ pro $z > \mu + a$	μ	$a^2/2$	$\sqrt{2}$	$k_p = \sqrt{2p}$
Symetrické lichoběžníkové	$f(z) = 0$ pro $z \le \mu - a$, $= \frac{z - \mu + a}{a^2 + b^2}$ pro $\mu - a < z \le \mu - b$, $= \frac{1}{a + b}$ pro $\mu - b < z \le \mu + b$, $= \frac{\mu + a - z}{a^2 + b^2}$ pro $\mu + b < z \le \mu + a$, $= 0$ pro $z > \mu + a$	μ	$(a^2 + b^2)/6$	$\sqrt{\frac{6}{a^2 + b^2}}$	$k_p = \frac{\sqrt{6}\left[a - \sqrt{(a^2 - b^2)(1-p)}\right]}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
U-rozdělení	$f(z) = 0$ pro $z \le \mu - a$, $= \frac{c+1}{a}\left(\frac{z - \mu}{a}\right)^c$ pro $\mu - a < z \le \mu + a$, $= 0$ pro $z > \mu + a$	μ	$\left(\frac{c+1}{c+3}\right)a^2$	$\sqrt{\frac{c+3}{c+1}}$	$k_p = \sqrt{\frac{c+3}{c+1}}\,p^{\frac{1}{c+1}}$

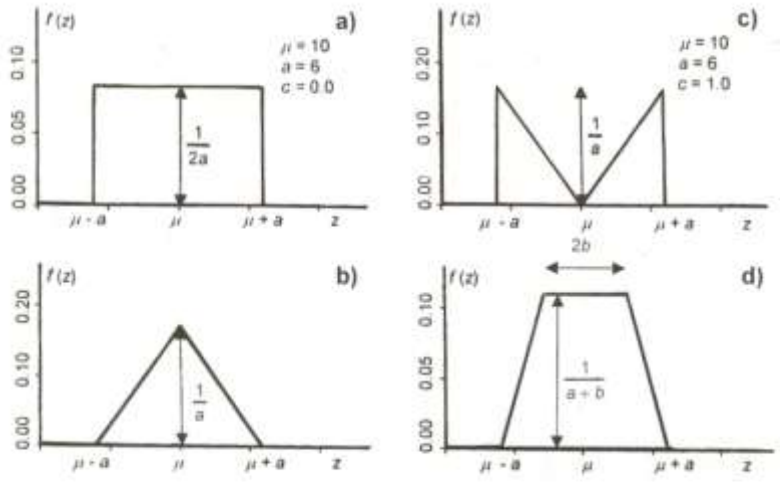
V *U*.-rozdělení: je parametr rozdělení $c > 0$ konstanta určující tvar rozdělení (viz **obrázek 1b**). Jako doplňující informace se v tabulce 1 uvádí ještě tvar veličiny χ, která umožňuje bezprostřední stanovení standardní nejistoty měření u_{Bi} typu B (s využitím parametru *a*, který představuje jednu polovinu definičního oboru příslušného rozdělení)

$$u_{\mathrm{Bi}} = \frac{a}{\chi}$$

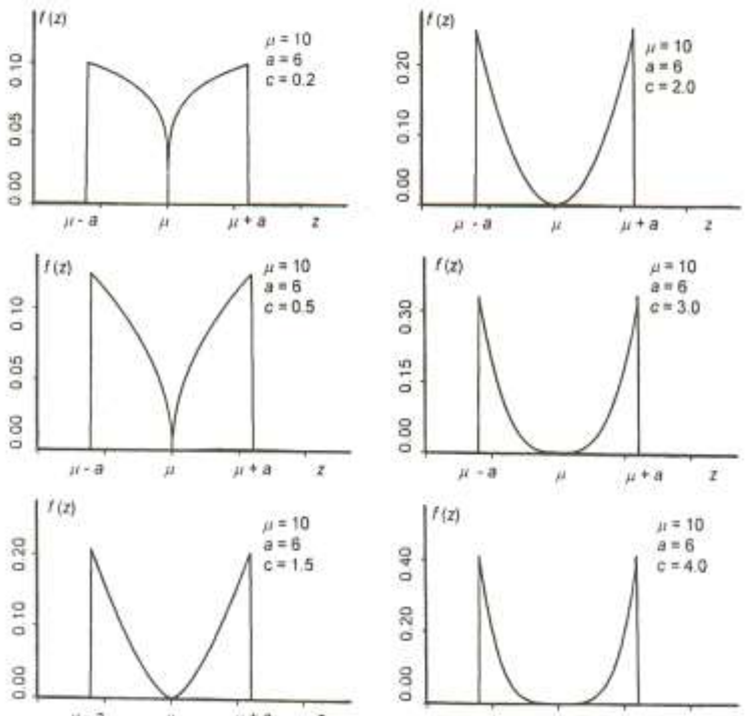
(tento vztah platí pro všechna uvažovaná rozdělení D_i)

Pro koeficient pokrytí k_p , který odpovídá pokrytí 100p % všech hodnot ležících uvnitř intervalu ($\mu \pm k_p\sigma$), pak pro každé U-rozdělení platí

$$k_p = \sqrt{\frac{c+3}{c+1}}\, p^{\frac{1}{c+1}} \; .$$



Obrázek 1a – Rozdělení: a) rovnoměrné; b) symetrické trojúhelníkové; c) symetrické trojúhelníkové bimodální; d) symetrické lichoběžníkové



Obrázek 1b – *U*-rozdělení s odstupňovanými hodnotami parametru c

4.2 Vnitřní vazby mezi pěti typy rozdělení uvažovanými v tabulce 1

Je nutno připomenout (a snadno si lze ověřit), že

a) pro $c = 0$ přechází *U*-rozdělení na rovnoměrné (rektangulární) rozdělení a potom pro obě rozdělení platí

$$\chi = \sqrt{3} \; ; \quad \sigma^2 = \frac{a^2}{3} \quad \text{a} \quad k_p = \sqrt{3}\, p \; ;$$

b) pro $c = 1$ přechází *U*-rozdělení na symetrické trojúhelníkové bimodální rozdělení a potom pro obě rozdělení platí

$$\chi = \sqrt{2} \; ; \quad \sigma^2 = \frac{a^2}{2} \quad \text{a} \quad k_p = \sqrt{2p} \; ;$$

c) čím více hodnota parametru *c* v *U*-rozdělení přesahuje hodnotu 1, tím více se *U*-rozdělení odchyluje od symetrického trojúhelníkového bimodálního rozdělení [viz obrázek 1a, sub c)] a nabývá tvaru se stále rozevřenějším sedlem [viz sled tvarů rozdělení na obrázku 1b) s hodnotami *c* vyššími než 1].

5 Analýza výpovědní schopnosti kombinované standardní nejistoty zjištěné podle běžně používaného vzorce

5.1 Diskuse o oprávněnosti běžně používaného vzorce pro výpočet kombinované standardní nejistoty

Bylo již zdůrazněno, že znalost základů aplikované statistiky a teorie pravděpodobnosti je nutná jak pro správný výpočet kombinované standardní nejistoty měření, tak i pro správnou interpretaci získaného výsledku, neboť ta je vždy vázána na určitou konfidenční úroveň. Pokud pracujeme jen s nejistotou typu A, je vazba jasná. Pokud však jsme nuceni pracovat i s nejistotami typu B, kdy výsledek je získán z hodnot určitého počtu (např. *N)* jiných veličin – tzn. veličina *Y* je vyjádřena vztahem $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N)$ – je nutno přejít na kombinovanou standardní nejistotu násobenou koeficientem pokrytí k_p, přičemž číselná hodnota tohoto koeficientu (obvykle v praxi rovná 2 nebo 3 v závislosti na použité konfidenční úrovni 0,95 nebo 0,99) je podle GUM odvozena z vlastností normálního rozdělení, i když rozdělení hodnot dalších vstupních veličin X_i ($i = 1, 2, \ldots, N$) obvykle nemají normální rozdělení, ale sledují některý z dále uvedených tvarů: rovnoměrné rozdělení, symetrické trojúhelníkové rozdělení, symetrické trojúhelníkové bimodální rozdělení, symetrické lichoběžníkové rozdělení nebo sedlovité *U*-rozdělení, přičemž každá z náhodných veličin X_i může mít rozdělení jiné. Vlastnosti těchto pěti rozdělení jsou však výrazně odlišné od vlastností normálního rozdělení a tedy i příslušné kvantily těchto rozdělení poskytují jiné vazby mezi koeficienty pokrytí k_p a pravděpodobnostmi p ($0 \leq p \leq 1$). Všech pět rozdělení uvažovaných v tabulce 1 pro aplikaci při výpočtu nejistot typu B je totiž definováno na konečném intervalu ($\mu - a$; $\mu + a$), tedy na intervalu šíře $2a$, kdežto normální rozdělení je definováno na intervalu ($-\infty$; $+\infty$). Analýza vztahů mezi koeficienty pokrytí k_p a příslušnými pravděpodobnostmi p pro jednotlivá uvažovaná rozdělení D_i nebyla dosud možná, poněvadž potřebné analytické vztahy v tabulce 1 (poslední sloupec) byly odvozeny teprve nyní.

Ke vzájemnému porovnání všech rozdělení je v kapitole 5.2 využito tabelovaných hodnot k_p (pro pravděpodobnosti p = 0,90 až 0,99) pro jednotlivé typy výše uvedených rozdělení (včetně normálního a různých variant parametrů v případě symetrického lichoběžníkového rozdělení a *U*-rozdělení). K tabelaci bylo použito výše zmíněných nových vztahů shrnutých v posledním sloupci tabulky 1.

5.2 Porovnání vztahů mezi reálnou a deklarovanou konfidenční úrovní vypočtené nejistoty měření

V následujících dvou tabulkách 2 a 3 si všimneme vlivu jednotlivých uvažovaných rozdělení D_i jednak na hodnoty koeficientů pokrytí $k_{p;Di}$ při konfidenční úrovni p (tabulka 2) a jednak reálných hodnot p odpovídajících v praxi používaným koeficientům pokrytí k_p = 1; 2 a 3 (tabulka 3). U tabulky 3 upozorňujeme na důležité poznámky umístěné pod vlastní tabulkou; závěry porovnání jasně prokazují potřebu úpravy stávajícího výpočetního vzorce pro kombinovanou standardní nejistotu.

V posledním sloupci tabulky 3 jsou uvedeny *nejvyšší dovolené hodnoty* MAV (*maximum allowable values*), které charakterizují vlastní použité rozdělení pravděpodobnosti D_i a odpovídají situaci, kdy dochází k úplnému pokrytí příslušného rozdělení D_i Poznámky [1)] ve 3. a 4. sloupci tabulky 3 upozorňují na skutečnost, že volba k_p = 2, a/nebo k_p = 3 nemůže být pro dané rozdělení D_i uskutečněna, poněvadž požadovaná hladina koeficientu pokrytí k_p v záhlaví tabulky překračuje příslušnou limitní hodnotu MAV.

Tabulka 2 – Hodnoty koeficientů pokrytí $k_{p;\,Di}$ při konfidenční úrovni p pro různá rozdělení pravděpodobnosti D_i

D_i		$k_{0.90,\,Di}$	$k_{0.95,\,Di}$	$k_{0.96,\,Di}$	$k_{0.97,\,Di}$	$k_{0.98,\,Di}$	$k_{0.99,\,Di}$	$k_{0.995,\,Di}$	$k_{0.999,\,Di}$
Normalní		1.645	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576	2.813	3.291
Rovnoměrné (rektangulární)		1.559	1.645	1.663	1.680	1.697	1.715	1.723	1.730
Symetrické trojúhelníkové		1.675	1.902	1.960	2.025	2.103	2.205	2.276	2.372
Trojúhelníkové bimodální		1.342	1.378	1.386	1.393	1.400	1.407	1.411	1.413
Symetrická lichoběžníková	*b*								
	$2a/3$	1.558	1.698	1.734	1.775	1.823	1.886	1.931	1.990
	$a/\sqrt{5}$	1.591	1.767	1.811	1.862	1.923	2.001	2.057	2.131
	$a/2$	1.604	1.789	1.836	1.890	1.953	2.036	2.095	2.173
	$a/3$	1.639	1.834	1.886	1.944	2.014	2.105	2.169	2.254
U – rozdělení (sedlovitá)	*c*								
	0.2	1.496	1.565	1.578	1.592	1.606	1.619	1.626	1.631
	0.5	1.424	1.476	1.486	1.497	1.507	1.517	1.522	1.526
	1.5	1.286	1.314	1.320	1.325	1.331	1.336	1.339	1.340
	2.0	1.246	1.269	1.273	1.278	1.282	1.287	1.289	1.290
	3.0	1.193	1.209	1.212	1.215	1.219	1.222	1.223	1.224
	4.0	1.158	1.171	1.174	1.176	1.178	1.181	1.182	1.183

Tabulka 3 – Hodnoty p odpovídající koeficientům pokrytí k_p = 1, 2 a 3 pro různá rozdělení pravděpodobností D_i

D_i		$k_p = 1$	$k_p = 2$	$k_p = 3$	Maximální přípustná hodnota k_p pro rozdělení pravděpodobností D_i
(1)		/2)	(3)	(4)	(5)
Normální		0,683	0,954	0,997	
Rovnoměrné (rektangulární)		0,577	[1]	[1]	1,732
Symetrické trojúhelníkové		0,650	0,966	[1]	2,449
Trojúhelníkové bimodální		0,500	[1]	[1]	1,414
Symetrická lichoběžníková [2]	*b*				
	$2a/3$	0,533	0,999	[1]	2,038
	$a/\sqrt{5}$	0,606	0,989	[1]	2,191
	$a/2$	0,618	0,986	[1]	2,236
	$a/3$	0,635	0,978	[1]	2,324
U – rozdělení (sedlovitérozdělení)	*c*				
	0.2	0,555	[1]	[1]	1,633
	0.5	0,530	[1]	[1]	1,527
	1.5	0,480	[1]	[1]	1,342
	2.0	0,465	[1]	[1]	1,291
	3.0	0,444	[1]	[1]	1,225
	4.0	0,431	[1]	[1]	1,183

[1] Hodnota k_p v záhlaví sloupce nemůže být použita pro specifikované rozdělení pravděpodobností D_i ; tato hodnota překračuje maximální dovolenou hodnotu (MAV) vyplývající z vlastnosti použitého rozdělení pravděpodobnosti.

[2] V symetrických lichoběžníkových rozděleních pro všechny možné kombinace parametrů *a* a *b* leží maximální přípustné hodnoty pro k_p uvnitř intervalu $\left\langle \sqrt{3};\, \sqrt{6} \right\rangle \cong \langle 1{,}732;\ 2{,}449 \rangle$. ·

Literatura

[1] Některé vlastnosti čtyř základních rozdělení pravděpodobností a jejich využití při stanovení nejistoty měření typu B.
Metrologie 17(2008). č.2, 1–7

[2] ČSN ISO 3534-1:2010 *Statistika – Slovník a značky Část 1: Obecné statistické termíny a termíny používané v pravděpodobnosti* (01 0216)

[3] ČSN ISO 3534-2:2010 *Statistika – Slovník a značky – Část 2 Aplikovaná statistika* (01 0216)

[4] ČSN ISO 5725–1 až ČSN ISO 5725–6:1997 *Přesnost (správnost a shodnost) metod a výsledků měření* (01 0251)

[5] ČSN ISO 21748:2012 *Návod pro použití odhadů opakovatelnosti, reprodukovatelnosti a pravdivostí při odhadování nejistot měření* (012 90) (vyjde v roce 2012)

[6] ČSN P ISO/TS 21749:2006 *Nejistoty měření v metrologických aplika cích – Opakovaná měření a hierarchické experimenty* (01 0291)

[7] ČSN P ENV 1305:2005 *Pokyn pro vyjadřován nejistoty měření* (01 4109) (GUM)